1. **ДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ**

**10.1.** **Основные положения**

Операция деления сводится к вычитанию порядка делителя из порядка делимого как целых чисел и делению мантиссы делимого на мантиссу делителя как дробных чисел с фиксированной запятой. Для получения характеристики частного необходимо к разности характеристик делимого и делителя прибавить величину смещения:

*ХА* = Р*А* + *d*                    

*ХB* = Р*B* + *d*

*ХА*-*ХB* = Р*А* - Р*B.*

                  P*C*

*XC* = P*C + d;*

***XC = XA - XB + d.***

**10.2. Особенности деления мантисс**

1. В связи с тем, что мантиссы операндов представляются в прямом коде, независимо от их знака, при делении мантисс используется метод деления в прямых кодах.
2. В связи с тем, что мантиссы операндов (делимого и делителя) представляются в одинаковых форматах, предварительного сдвига мантиссы делимого влево (как при знаковом делении целых чисел) не требуется.
3. В операцию деления вступают нормализованные операнды. Для формата *Ф*1 это означает, что при ненормализованных операндах в начале операции производится их нормализация (сдвигом мантиссы влево).
4. На начальном шаге операции деления мантисс производится так называемое *пробное вычитание,* прикотором из мантиссы делимого вычитается мантисса делителя. Если результат пробного вычитания не отрицателен, то для мантисс, представленных правильными дробями, это означает, что мантисса частного *МС* ≥ 1, т.е. выходит за границу диапазона дробных мантисс.

При использовании основания порядка, равного 2 (формат *Ф2*), подобный случай можно трактовать как получение старшей цифры мантиссы в виде единицы целой части.

Действительно, при делении двух нормализованных мантисс, представленных правильными дробями, имеют место следующие соотношения:

для делимого       1/2 ≤ *MA* < 1;

для делителя        1/2 ≤ *МВ* < 1;

**1/2 < *MC = MA - MB* < 2   (\*).**

Из этого соотношения следует, что при *S*=2 в целой части мантиссы частного может находиться максимум одна единица.

Таким образом, при положительном результате пробного вычитания старшая цифра мантиссы частного равна 1, и для перенесения этой единицы из целой части мантиссы в дробную необходимо увеличить порядок (характеристику) частного на 1 (неявная нормализация результата сдвигом вправо).

При получении отрицательного результата пробного вычитания цифра частного, вырабатываемая как инверсия знакового разряда остатка, равна нулю, причем этот 0 находится в целой части мантиссы частного. Исходя из соотношения (**\***)**,** старшаяцифра дробной части мантиссы частного, вырабатываемая на следующем шаге, должна быть равна 1.

При положительном результате пробного вычитания для выработки остальных цифр частного выполняется еще (*n* - 1)-й шаг (*n* – разрядность мантисс операндов).

При отрицательном результате пробного вычитания после него для получения всех *n* цифр мантиссы частного выполняется *n* шагов.

*Замечание:* для выполнения округления результата по методу к ближайшему необходимо получить дополнительную (*n* - 1)-ю цифру мантиссы частного.

При выполнении пробного вычитания в формате *Ф1* (*S* = 16) в случае положительного первого остатка определение числа двоичных цифр, оказывающихся в целой части мантиссы частного, достаточно затруднительно. Действительно имеют место следующие соотношения:

для делимого       1/16 ≤ *MA* < 1;

для делителя        1/16 ≤ *МВ* < 1;

**1/16 < *MC = MA - MB* < 16**,

т. е., число цифр в целой части может быть от 1 до 4). Поэтому рекомендуется на подобную ситуацию реагировать следующим образом:

   а) выполнить восстановление мантиссы делимого путем сложения первого остатка с мантиссой делителя;

   б) сдвинуть мантиссу делимого на 4 разряда (одну шестнадцатеричную       цифру) вправо, при этом к порядку частного прибавляется единица.

Подобное действие можно расценивать как принудительную денормализацию делимого вправо. Чтобы не потерять точность при сдвиге мантиссы делимого вправо, ее младшая тетрада сохраняется и в дальнейшем при сдвиге остатка влево поочередно замещает его освобождающиеся младшие разряды. После денормализации выполняется пробное вычитание, результат которого будет обязательно отрицателен.

1. В отличие от реализации целочисленного деления, где формируемые на каждом шаге цифры частного помещались в младшие разряды делимого/остатка, освобождаемые при сдвиге влево, при делении мантисс необходимо использовать отдельный регистр для записи цифр мантиссы частного, формируемых на каждом шаге деления. Этот регистр обычно реализуется как сдвигающий влево, в связи с чем цифры частного вносятся в его младший разряд.
2. Знак частного формируется отдельным действием как сумма по модулю 2   знаковых разрядов операндов.
3. Остаток от деления как результат операции не сохраняется.
4. При выполнении операций могут иметь место следующие особые случаи, фиксируемые в блоке FPU с помощью специальных флагов:

• деление на 0 (мантисса делителя равна 0);

• переполнение порядка (делимое большое, делитель маленький);

• исчезновение порядка (делимое маленькое, а делитель большой).

**10.3. ЗАДАНИЕ 8**

**ДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ**

1. Заданные числа ***А*** (делимое) и ***В*** (делитель) представить в форматах *Ф1* и *Ф2* с укороченной мантиссой (8 двоичных разрядов). Метод округления выбирается произвольно.

*Примечание:* общее число разрядов в формате – 16.

1. Выполнить операцию деления операндов в формате *Ф1*.
2. В случае положительного результата «пробного» вычитания сохранить младшую тетраду.
3. Выполнить операцию деления операндов в формате *Ф2*.
4. Результаты представить в форматах операндов, перевести в десятичную систему счисления и проверить их правильность.
5. Определить абсолютную и относительную погрешности результатов и обосновать их причину.

Варианты задания приведены в табл. 8 Приложения 1.

**Пример 1.** Деление в формате *Ф2*.

*А* = 7,7 = (111.10110011)2 = (0.11110110)2·23

*В* = 0,028 = (0.0000011100101)2 = (0.11100101)2·2-5

*XC* = *XA – XB + d*

*d* + P*C* = **P*A* + *d* – PB –d** *+ d*

**P*C***

*XC* = 3 –(-5) +128 = 136

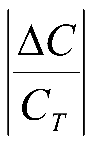
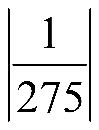
P*C* = 8

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **N шага** | **Действие** | **Делимое** | **Частное** |
| **0** | *МА*  [-*МB*]доп  *R*0 | **0  1  1  1  1  0  1  1  0**  **1  0  0  0  1  1  0  1  1**  **0  0  0  0  1  0  0  0  1** | **0  0  0  0  0  0  0  0**  **0  0  0  0  0  0  0  1** |
| **1** | ←*R*0  [-*МB*]доп  *R*1 | **0  0  0  1  0  0  0  1  0**  **1  0  0  0  1  1  0  1  1**  **1  0  0  1  1  1  1  0  1** | **0  0  0  0  0  0  1  0**  **0  0  0  0  0  0  1  0** |
| **2** | ←*R*1  *МB* пр  *R*2 | **0  0  1  1  1  1  0  1  0**  **0  1  1  1  0  0  1  0  1**  **1  0  1  0  1  1  1  1  1** | **0  0  0  0  0  1  0  0**  **0  0  0  0  0  1  0  0** |
| **3** | ←*R*2  *МB* пр  *R*3 | **0  1  0  1  1  1  1  1  0**  **0  1  1  1  0  0  1  0  1**  **1  1  0  1  0  0  0  1  1** | **0  0  0  0  1  0  0  0**  **0  0  0  0  1  0  0  0** |
| **4** | ←R3  Впр  *R*4 | **1  0  1  0  0  0  1  1  0**  **0  1  1  1  0  0  1  0  1**  **0  0  0  1  0  1  0  1  1** | **0  0  0  1  0  0  0  0**  **0  0  0  1  0  0  0  1** |
| **5** | ←*R*4  [-*МB*]доп  *R*5 | **0  0  1  0  1  0  1  1  0**  **1  0  0  0  1  1  0  1  1**  **1  0  1  1  1  0  0  0  1** | **0  0  1  0  0  0  1  0**  **0  0  1  0  0  0  1  0** |
| **6** | ←*R*5  *МB* пр  *R*6 | **0  1  1  1  0  0  0  1  0**  **0  1  1  1  0  0  1  0  1**  **1  1  1  0  0  0  1  1  1** | **0  1  0  0  0  1  0  0**  **0  1  0  0  0  1  0  0** |
| **7** | ←*R*6  *МB* пр  *R*7  *МС*→ | **1  1  0  0  0  1  1  1  0**  **0  1  1  1  0  0  1  0  1**  **0  0  1  1  1  0  0  1  1** | **1  0  0  0  1  0  0  0**  **1  0  0  0  1  0  0  1**  **0  1  0  0  0  1  0  0  1** |

*С\** = (0.10001001)2·29 = (100010010)2 = 274.

СТ = 275 (точное значение).

        Δ*С* = *С*Т - *С*\* = 275 – 274 = 1,

δ*С* = · 100% = . 100% = 0,36%.

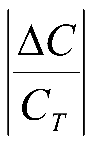
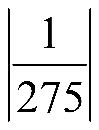
Погрешность вызвана неточным представлением операндов.

**Пример 2.** Деление в формате *Ф1*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **N шага** | **Действие** | **Делимое** | **Частное** |
| **0** | *МА*  [-*МB*]доп  *R0*  *МА* →4  [-*МB*]доп  *R0* | **0  0  1  1  1  1  0  1  1**  **1  1  0  0  0  1  1  1  0**  **0  0  0  0  0  1  0  0  1**  **0  0  0  0  0  0  1  1  1**  **1  1  0  0  0  1  1  1  0**  **1  1  0  0  1  0  1  0  1** | **0  0  0  0  0  0  0  0**  **R0>0**  **1  0  1  1  0  0  0  0**  **1  0  1  1  0  0  0  0** |
| **1** | ←*R0*  *МB* пр  *R1* | **1  0  0  1  0  1  0  1  1**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **1  1  0  0  1  1  1  0  1** | **0  1  1  0  0  0  0  0**  **0  1  1  0  0  0  0  0** |
| **2** | ←*R1*  *МB* пр  *R2* | **1  0  0  1  1  1  0  1  0**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **1  1  0  1  0  1  1  0  0** | **1  1  0  0  0  0  0  0**  **1  1  0  0  0  0  0  0** |
| **3** | ←R2  Впр  R3 | **1  0  1  0  1  1  0  0  1**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **1  1  1  0  0  1  0  1  1** | **1  0  0  0  0  0  0  0**  **1  0  0  0  0  0  0  0** |
| **4** | ←*R3*  *МB* пр  *R4* | **1  1  0  0  1  0  1  1  1**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **0  0  0  0  0  1  0  0  1** | **0  0  0  0  0  0  0  0**  **0  0  0  0  0  0  0  1** |
| **5** | ←*R4*  [-*МB*]доп  *R5* | **0  0  0  0  1  0  0  1  0**  **1  1  0  0  0  1  1  1  0**  **1  1  0  1  0  0  0  0  0** | **0  0  0  0  0  0  1  0**  **0  0  0  0  0  0  1  0** |
| **6** | ←*R*5  *МB* пр  *R6* | **1  0  1  0  0  0  0  0  0**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **1  1  0  1  1  0  0  1  0** | **0  0  0  0  0  1  0  0**  **0  0  0  0  0  1  0  0** |
| **7** | ←*R6*  *МB* пр  *R7* | **1  0  1  1  0  0  1  0  0**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **1  1  1  0  1  0  1  1  0** | **0  0  0  0  1  0  0  0**  **0  0  0  0  1  0  0  0** |
| **8** | ←*R7*  *МB* пр  *R8* | **1  1  0  1  0  1  1  0  0**  **0  0  1  1  1  0  0  1  0**  **0  0  0  0  1  1  1  1  0** | **0  0  0  1  0  0  0  0**  **0  0  0  1  0  0  0  1** |

*С\** = (1,1)16 163 = (110)16 = 272

        Δ*С* = *С*Т - *С*\* = 275 – 272 = 3,

δ*С* = · 100% = . 100% = 1,09%.

Погрешность вызвана неточным представлением операндов и она больше, чем при делении в формате *Ф2*.